

Kostentheorie 4_0

a. Bisheriges Betriebsergebnis

db	9,00
m	16.000,00
DB	144.000,00
Kf	-100.000,00
BE	44.000,00

b. Beschäftigungsintervalle

	Normal	Überstunden	Nacharbeit
y * t = m	160 Std	40 Std	40 Std
	16.000 Stück	4.000 Stück	4.000 Stück
Intervalle	0 - 16.000	16.000 - 20.000	20.000 - 24.000

c. Stückkosten der Intervalle

Für jedes Beschäftigungsintervall ergeben sich durch die Zuschläge neue Stückkosten.

kv(1) für $0 \leq m \leq 16.000$

kv(2) für $16.000 < m \leq 20.000$

kv(3) für $20.000 < m \leq 24.000$

	Lonstückkosten bei yopt	Zuschläge in %	Zuschläge in €	gesamte kvar bei yopt	kvar je Intervall	Grenzkosten
kv(1)	1,80			5,00	5,00	
kv(2)	1,80	50%	0,90	5,00	5,90	
kv(3)	1,80	100%	1,80	5,00	6,80	

d. Kostenfunktionen

Unter Berücksichtigung von Überstunden und Nacharbeit ergeben sich die folgenden Kostenfunktionen:

	Kostenfunktion	Intervall
Normalstunden:	$K1 = 100.000 + (5,00 * 16.000)$	$0 \leq X \leq 16.000$
Überstunden:	$K2 = K1 + 5,90 * (20.000 - 16.000)$	$16.000 < X \leq 20.000$
Nacharbeit:	$K3 = K2 + 6,80 * (24.000 - 20.000)$	$20.000 < X \leq 24.000$

oder mathematisch dargestellt:

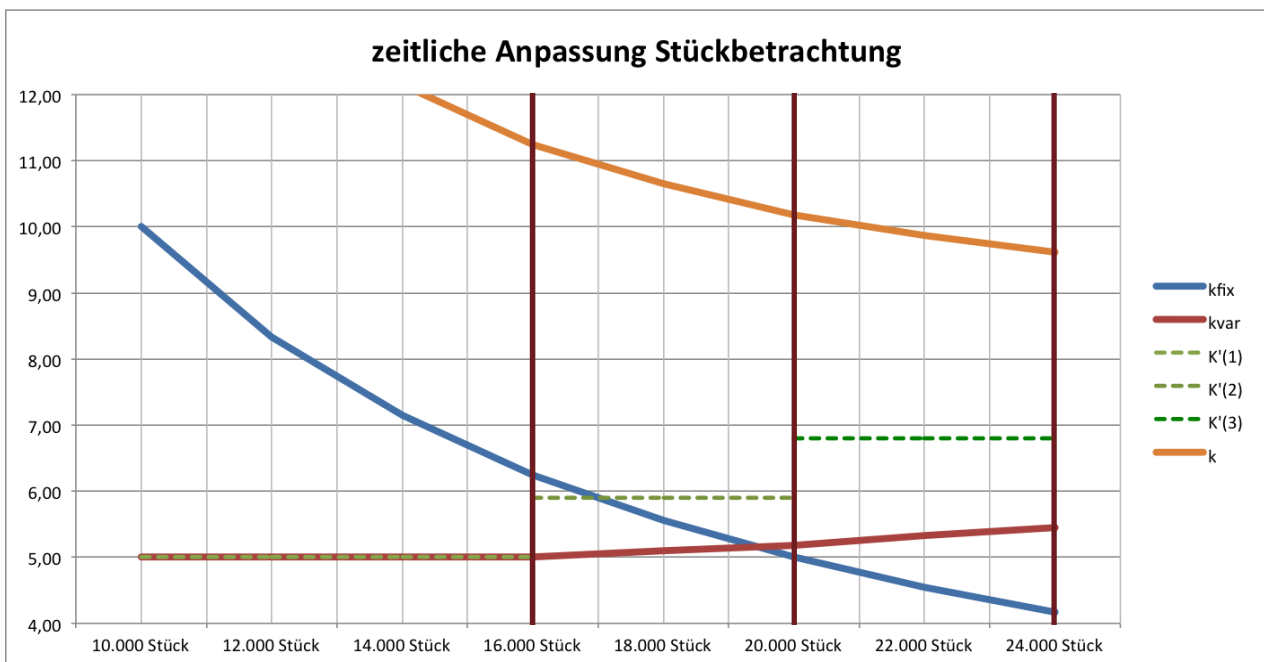
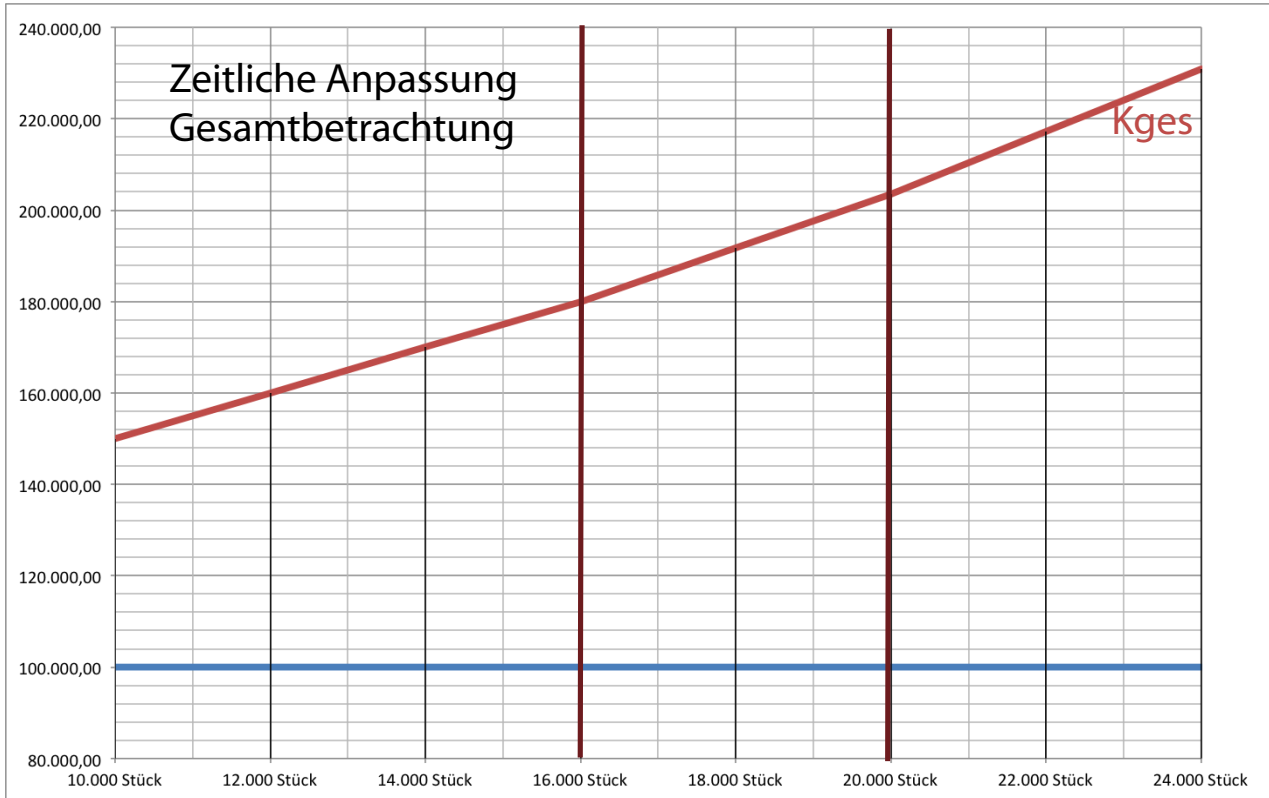
$$K(x) = \begin{cases} 5,00 x + 100.000 & \text{für } 0 \leq x \leq 16.000 \\ 5,90 x + 85.600 & \text{für } 16.000 < x \leq 20.000 \\ 6,80 x + 67.600 & \text{für } 20.000 < x \leq 24.000 \end{cases}$$

[Die mathematische Herleitung dazu](#)

e. Gesamtkosten

Menge	$K = K_f + k_v \cdot m$
16.000 Stück	180.000,00
20.000 Stück	203.600,00
24.000 Stück	230.800,00

f. Grafische Darstellungen



g. Betriebsergebnis neu mit bisherigem Preis

E(24.000)	336.000,00
K(24000)	-230.800,00
BE	105.200,00

h. maximales Preiszugeständnis

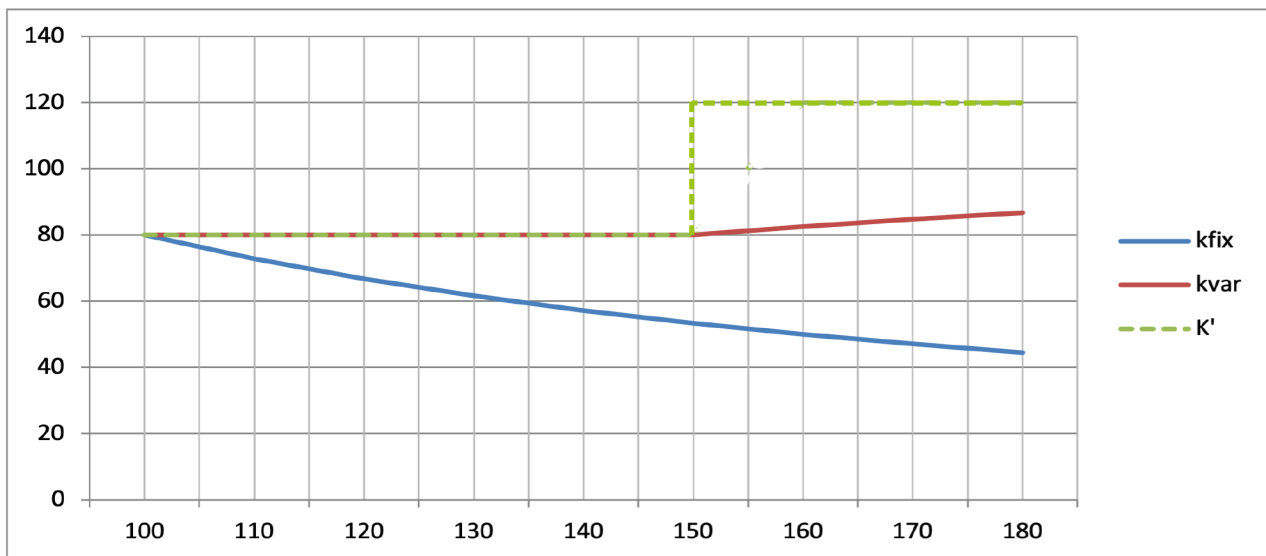
Änderung des Bes	61.200,00
Menge des Zusatzauftrags	8.000 Stück
max Preisnachlass	7,65
Mindestpreis	6,35

i. Argumente des Personalrats

- gesundheitliche Risiken, die sich langfristig negativ auswirken könnten, auch über die Beschäftigungsdauer hinweg.
- negative Auswirkung auf das Standing des Unternehmens auf dem Arbeitsmarkt (Employer Branding). Stressige Arbeitsbedingungen werden potenzielle neue Mitarbeiter vielleicht abschrecken.

4_1 Aufgaben zur zeitlichen Anpassung

a. Skizzieren Sie in einem Koordinatensystem den Verlauf von k, kv, K' und kf.



b. Bestimmen Sie KF, K, k und kv bei einer Ausbringungsmenge von 180 Stück.

Kfix	8.000,00
$K = K_{fix} + 80 * 150 + 120 * 30$	23.600,00
$k = K / m$	131,11
kv	86,67

4_1 Aufgabe 2

a) Bestimme K für 99 Stück, 100 Stück und 101 Stück

x	99 Stück	100 Stück	101 Stück
K	49.700,00	50.000,00	50.450,00

b) Grenzkosten (K')

K'(Intervall 1)	300,00
K'(Intervall 2)	450,00

c) die neue Kostenfunktion für das Intervall $101 \leq x \leq 140$.

$$\begin{aligned}
 K(101 \leq x \leq 140) &= 450x + t \\
 50.450,00 &= 450 \cdot 101 + t \\
 50450 - 45450 &= t \\
 t &= 5.000,00 \\
 K(101 \leq x \leq 140) &= 450x + 5.000
 \end{aligned}$$

d) Kosten bei 120 Stück

$$K(120 \text{ Stück}) = 59.000,00$$

4_2 intensitätsmäßige Anpassung

a. Gesamtkosten bei $y=80$

Hinweis: $m = y * \text{Arbeitszeit}$

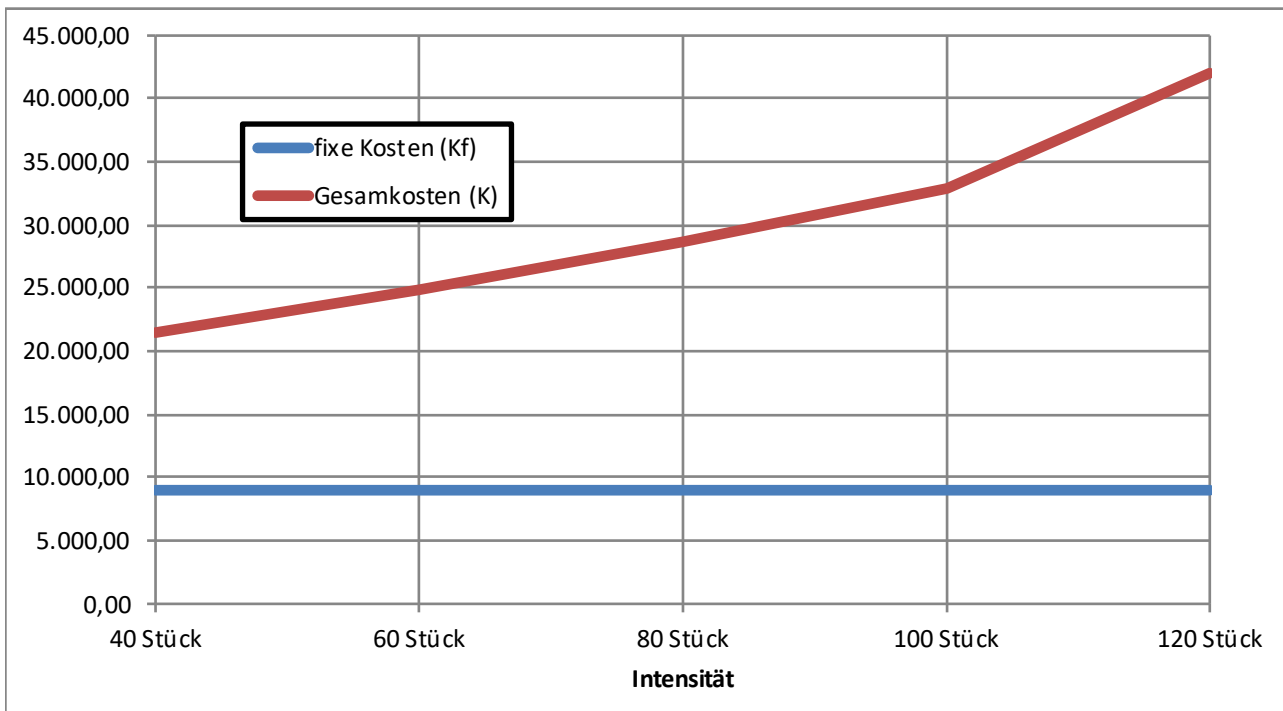
$m = 80 * 160 = 12.800 \text{ Stück}$

$K = 9.000 + 1,53 * 12.800 =$

$28.584,00$

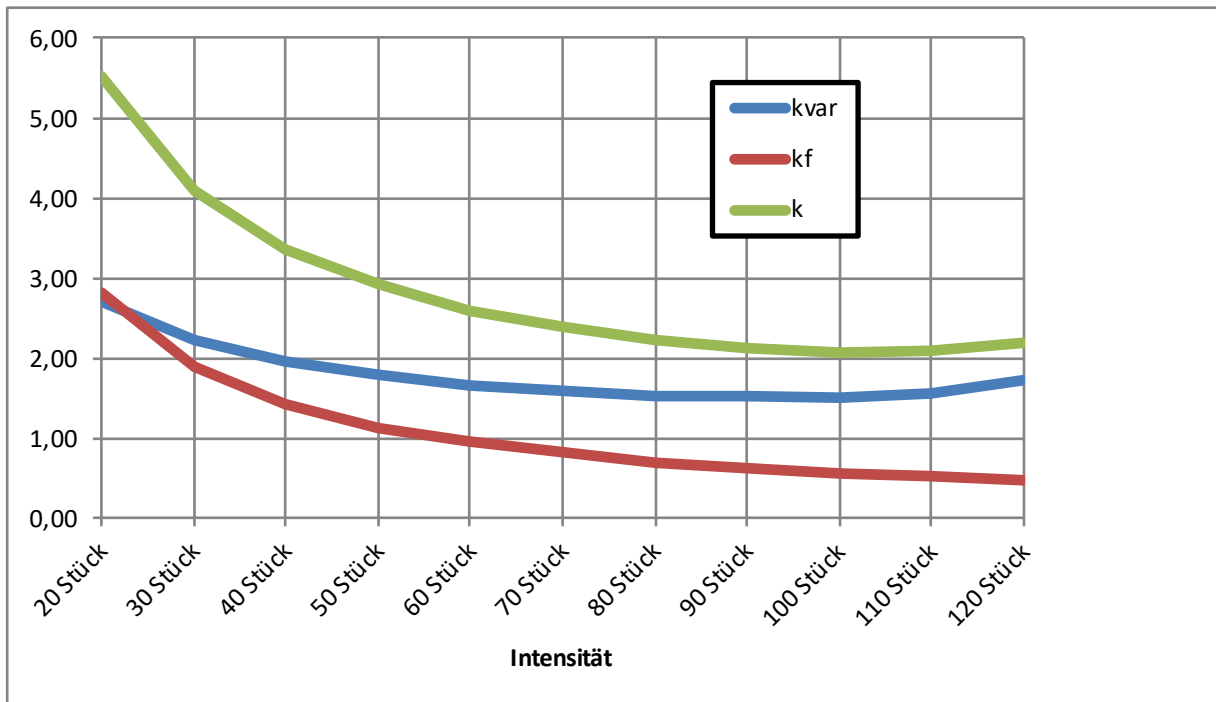
b. Gesamtkosten bei unterschiedlichen Intensitäten

Intensität (m/Std)	Menge (X)	fixe Kosten (K _f)	(k _v)	Gesamkosten (K)
40 Stück	6.400 Stück	9.000,00	1,95	21.480,00
60 Stück	9.600 Stück	9.000,00	1,66	24.936,00
80 Stück	12.800 Stück	9.000,00	1,53	28.584,00
100 Stück	16.000 Stück	9.000,00	1,50	33.000,00
120 Stück	19.200 Stück	9.000,00	1,72	42.024,00



c. Stückkosten

Stück	kvar	kf	k
20 Stück	2,70	2,81	5,51
30 Stück	2,22	1,88	4,10
40 Stück	1,95	1,41	3,36
50 Stück	1,78	1,13	2,91
60 Stück	1,66	0,94	2,60
70 Stück	1,58	0,80	2,38
80 Stück	1,53	0,70	2,23
90 Stück	1,51	0,63	2,14
100 Stück	1,50	0,56	2,06
110 Stück	1,56	0,51	2,07
120 Stück	1,72	0,47	2,19



4.3 Zeitliche Anpassung 3

a. Kfix

kalk. Abschreibung	7.000,00
kalk. zins	1.680,00
sonst. Kfix	8.380,00
Kfix	17.060,00

b. optimale Intensität

Wir sollen 18.000 Stück pro Tag mit minimalen Kosten herstellen. Dazu ermittelt man zunächst die optimale Intensität, da bei dieser die (variablen) Stückkosten minimal sind. In unserem Fall müssen zunächst die Stückkostenfunktionen ermittelt, addiert und die zusammengefasste Stückkostenfunktion abgeleitet werden:

$k_1 = 0,3d^2 - 1,8d + 4$ ($=v_1 \cdot p_1$)	
$k_2 = 0,5d^2 - 3d + 12$ ($=v_2 \cdot p_2$)	mathematisch
$k_3 = 3$	$kv' = 1,6d - 4,8 = 0$
$kv = k_1 + k_2 + k_3 = 0,8d^2 - 4,8d + 19$	$1,6d = 4,8 \Rightarrow d_{opt} = 3$

Da es sich bei der Kostenfunktion um einen Graph einer nach oben geöffneten Parabel handelt, stellt das Extremum bzw. der Scheitelpunkt ein Minimum dar.

[Der mathematische Beweis dazu:](#)

tabellarisch

Intensität	Energie	Wartung	Energie €	Wartung €	Rohstoffe	kvar
2,00	16,00 kWh	0,08	1,60000	8,00000	3,00000	12,60
2,25	14,69 kWh	0,08	1,46875	7,78125	3,00000	12,25
2,50	13,75 kWh	0,08	1,37500	7,62500	3,00000	12,00
2,75	13,19 kWh	0,08	1,31875	7,53125	3,00000	11,85
3,00	13,00 kWh	0,08	1,30000	7,50000	3,00000	11,80
3,25	13,19 kWh	0,08	1,31875	7,53125	3,00000	11,85
3,50	13,75 kWh	0,08	1,37500	7,62500	3,00000	12,00
3,75	14,69 kWh	0,08	1,46875	7,78125	3,00000	12,25
4,00	16,00 kWh	0,08	1,60000	8,00000	3,00000	12,60
4,25	17,69 kWh	0,08	1,76875	8,28125	3,00000	13,05
4,50	19,75 kWh	0,09	1,97500	8,62500	3,00000	13,60
4,75	22,19 kWh	0,09	2,21875	9,03125	3,00000	14,25
5,00	25,00 kWh	0,10	2,50000	9,50000	3,00000	15,00

Intensität	Energie	Wartung	Energie €	Wartung €
2	16,00 kWh	0,08000 Std	1,600	8,000
3	13,00 kWh	0,07500 Std	1,300	7,500
4	16,00 kWh	0,08000 Std	1,600	8,000
5	25,00 kWh	0,09500 Std	2,500	9,500

Intensität	Rohstoffe	Energie €	Wartung €	kvar
2	3,00 €	1,60 €	8,00 €	12,60 €
3	3,00 €	1,30 €	7,50 €	11,80 €
4	3,00 €	1,60 €	8,00 €	12,60 €
5	3,00 €	2,50 €	9,50 €	15,00 €

optimale Intensität
3.000 Stück

c. Kostenfunktion

$$K = 11,80 \cdot m + 17000$$

		K	k
Beispiel	18.000 Stück	229.460,00	12,75

d. Mengencheck

Die optimale Intensität beträgt also 3.000 Stück pro Stunde. Mit dieser Intensität wollen wir arbeiten, da sie am kostengünstigsten ist.

Jetzt müssen wir checken, ob es möglich ist, 18.000 Stück pro Tag zu produzieren:

Technisch möglich, da y_{opt} zwischen 2.000 und 5.000 Stück pro Stunde beträgt. OK

Wirtschaftlich möglich? Wir benötigen für die Herstellung von 18.000 Stück 6 Stunden [Dauer= 18.000 / 3.000] OK

Damit steht unser optimaler Produktionsplan für eine Beschäftigung mit 18.000 Stück

Wir arbeiten bei $y = 3.000$ Stück pro Std 6 Stunden täglich. Die Kosten pro Stück betragen dann $k_v = 11,80$

e. Nachfragesteigerung 1

zeitliche Anpassung

Wir versuchen, bei der optimalen Intensität zu bleiben, weil hier die Kosten minimal sind.

Also muss versucht werden, die Mehrproduktion durch eine Verlängerung der Arbeitszeit zu erreichen. Geht das? $AZ = 24.000/3.000 = 8$ Stunden ja, die Maschinenlaufzeit lässt sich laut Aufgabe maximal auf 8 Stunden ausdehnen.

Wir konnten also die erhöhte Beschäftigung (=Nachfrage) durch eine zeitliche Anpassung unserer Maschinenlaufzeit bewältigen. Dadurch bleiben die variablen Stückkosten gleich, weil weiterhin mit y_{opt} arbeiten.

4.4 Quantitative Anpassung bei konstanter Betriebsgröße

1. Ermittlung Gesamtkosten / Stückkosten bei 6.000 Stück

$$K_{6000} = 5x + 18.000,00 = 5 * 6.000 + 18.000,00 = 48.000,00$$

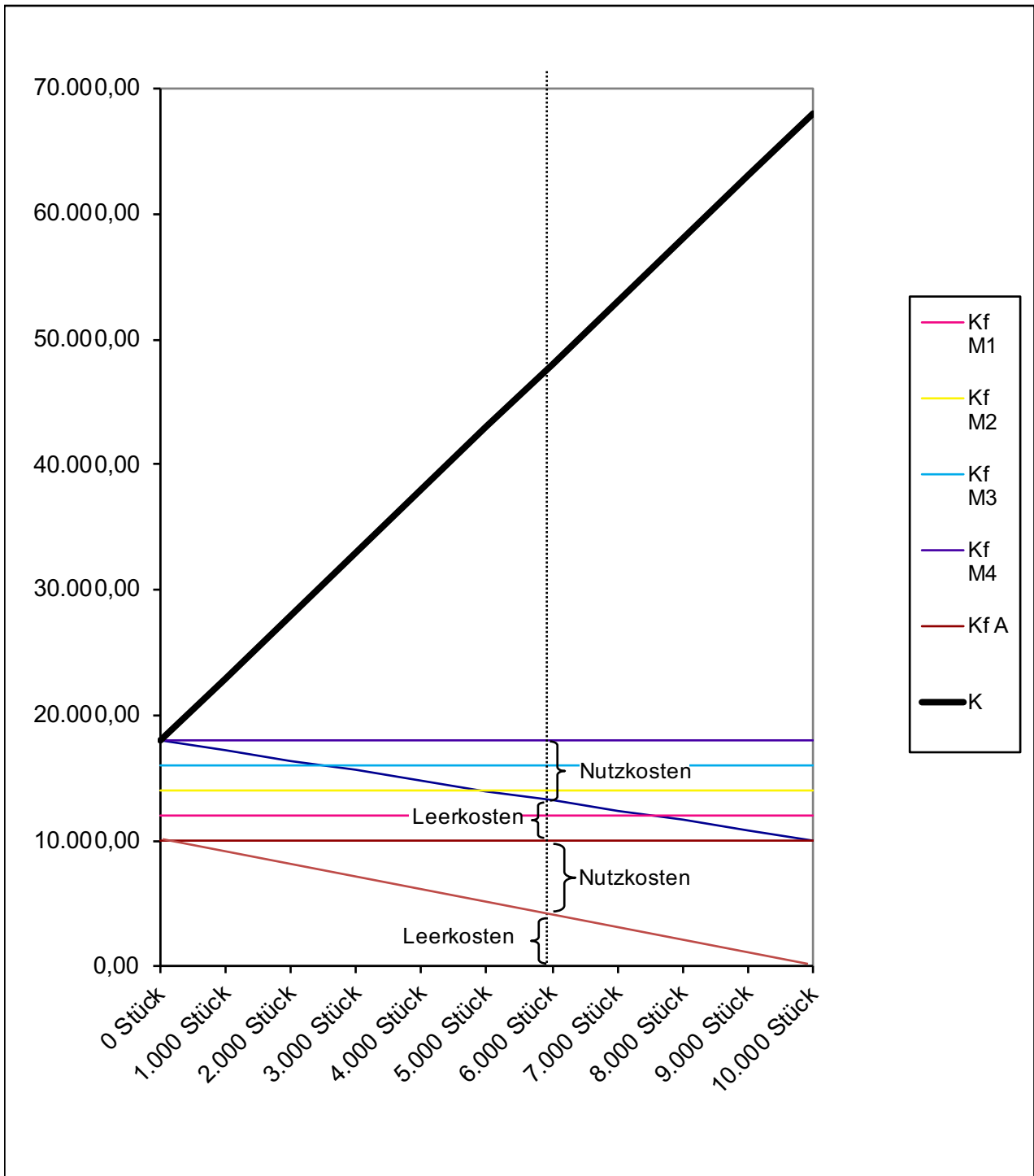
$$k_{6000} = 48.000,00 / 6.000 = 8,00$$

2. Ermittlung Nutz- / Leer- / Remanenzkosten

Nutzkosten	8.000,00 * 6.000 / 10.000	4.800,00
Leerkosten	8.000,00 * 4.000 / 10.000	3.200,00
Remanenzkosten	eine Maschine könnte abgebaut werden	2.000,00
		gesamt:
abteilungsfixe Kosten:	Nutzkosten	6.000,00
	Leerkosten	4.000,00
		10.800,00
		7.200,00

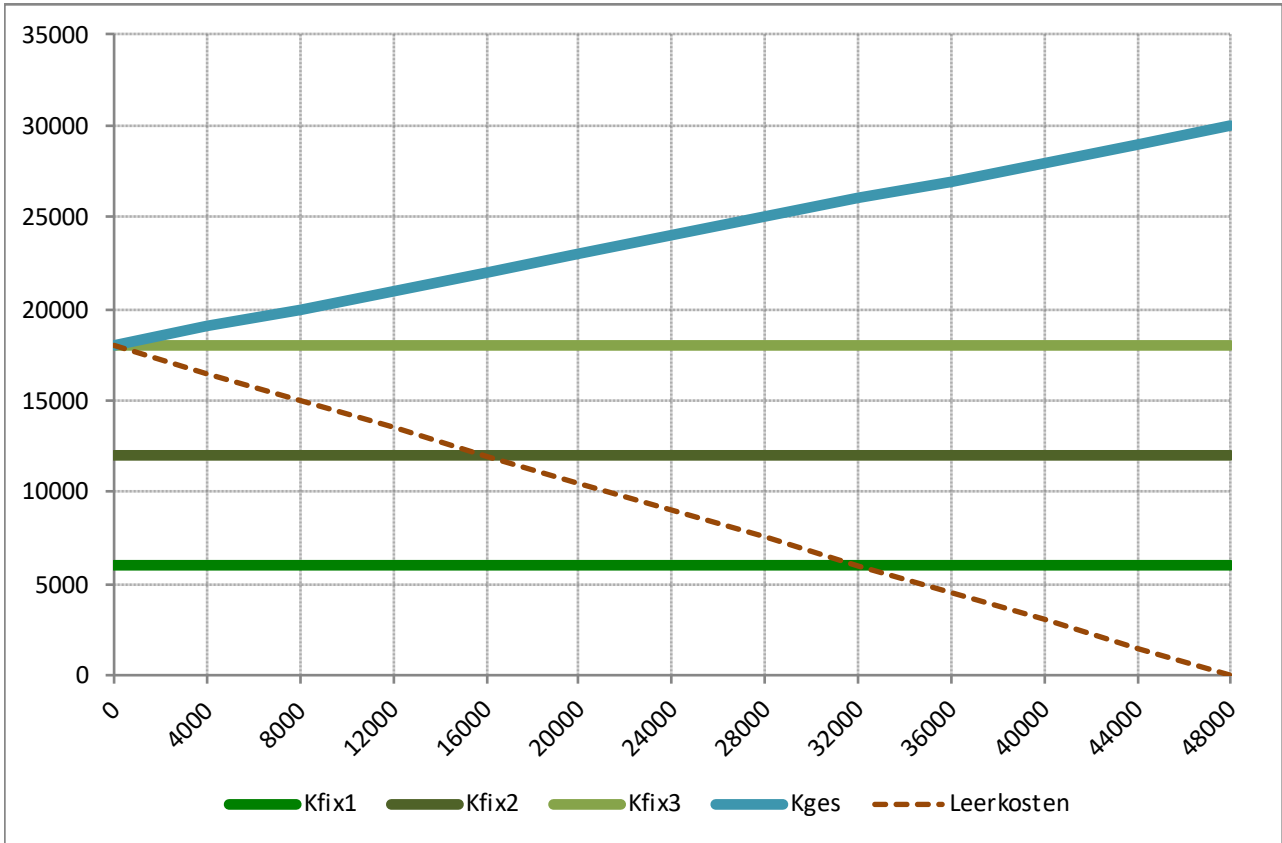
3. Grafische Darstellung der Gesamtkosten

BG	Menge	Kf(L)	kumulierte Werte				Kf A	K
			Kf M1	Kf M2	Kf M3	Kf M4		
0	0 Stück	18.000,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	18.000,00
10	1.000 Stück	17.200,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	23.000,00
20	2.000 Stück	16.400,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	28.000,00
30	3.000 Stück	15.600,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	33.000,00
40	4.000 Stück	14.800,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	38.000,00
50	5.000 Stück	14.000,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	43.000,00
60	6.000 Stück	13.200,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	48.000,00
70	7.000 Stück	12.400,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	53.000,00
80	8.000 Stück	11.600,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	58.000,00
90	9.000 Stück	10.800,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	63.000,00
100	10.000 Stück	10.000,00	12.000,00	14.000,00	16.000,00	18.000,00	10.000,00	68.000,00



Bei einer Produktionsmenge von 6.000 Stück könnten wir auf eine Maschine verzichten.
Die Remanenzkosten belaufen sich also auf 2.000,00 €.

h. Grafische Darstellung



4.6 Selektive Anpassung bei konstanter Betriebsgröße

1. Unterschied quantitative - selektive Anpassung

quantitativ: alle Anlagen sind gleich, d. h. sie verursachen die gleichen fixen und variablen Kosten und haben die gleiche Kapazität
 selektiv: die Anlagen weisen eine unterschiedliche Kostenstruktur und Kapazität auf, deshalb besteht bei schwankender Beschäftigung ein Auswahlproblem

2. Auswahl der Anlagen

Fixkosten der Anlagen bleiben bei Beschäftigungsschwankungen konstant.
 Zuerst werden die Anlagen mit den niedrigsten variablen Kosten ausgelastet.

Produktionsverteilung

A 1: 4.000 A 2: 2.000 A 3: 0

3. Berechnung der Gesamt- und Stückkosten

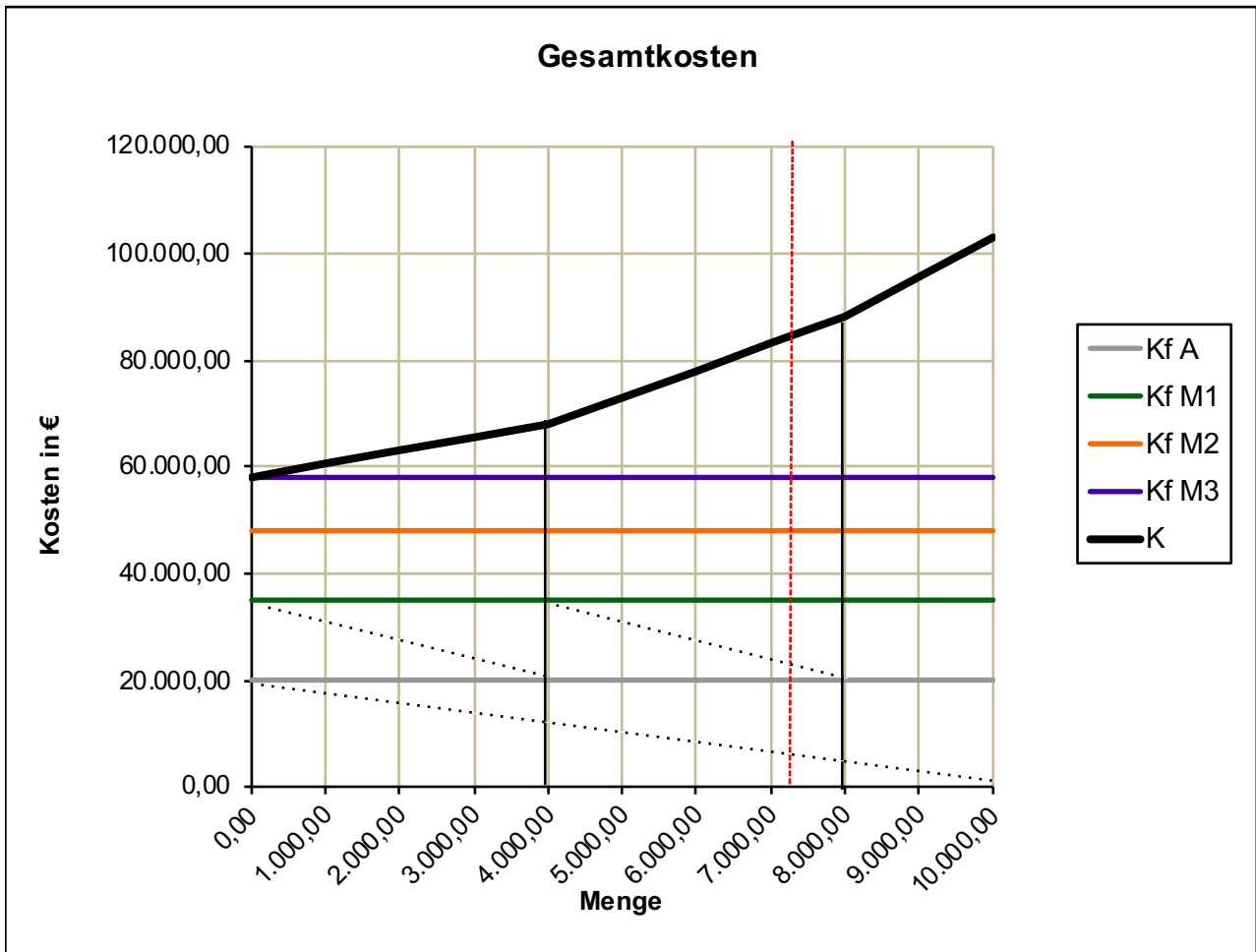
$K_{6000} = 4.000 * 2,50 + 2.000 * 5,00 + 58.000,00 = 78.000,00$
 $k_{6000} = 78.000,00 / 6.000 = 13,00$

4. Berechnung der Nutz- / Leer- / Remanenzkosten

Nutzkosten $15.000 + 13.000/2 + 20.000 * 6/10 = 33.500,00$
 Leerkosten $13.000/2 + 10.000 + 20.000 * 4/10 = 24.500,00$
 Remanenzkosten Anlage 3 könnte abgebaut werden $10.000,00$

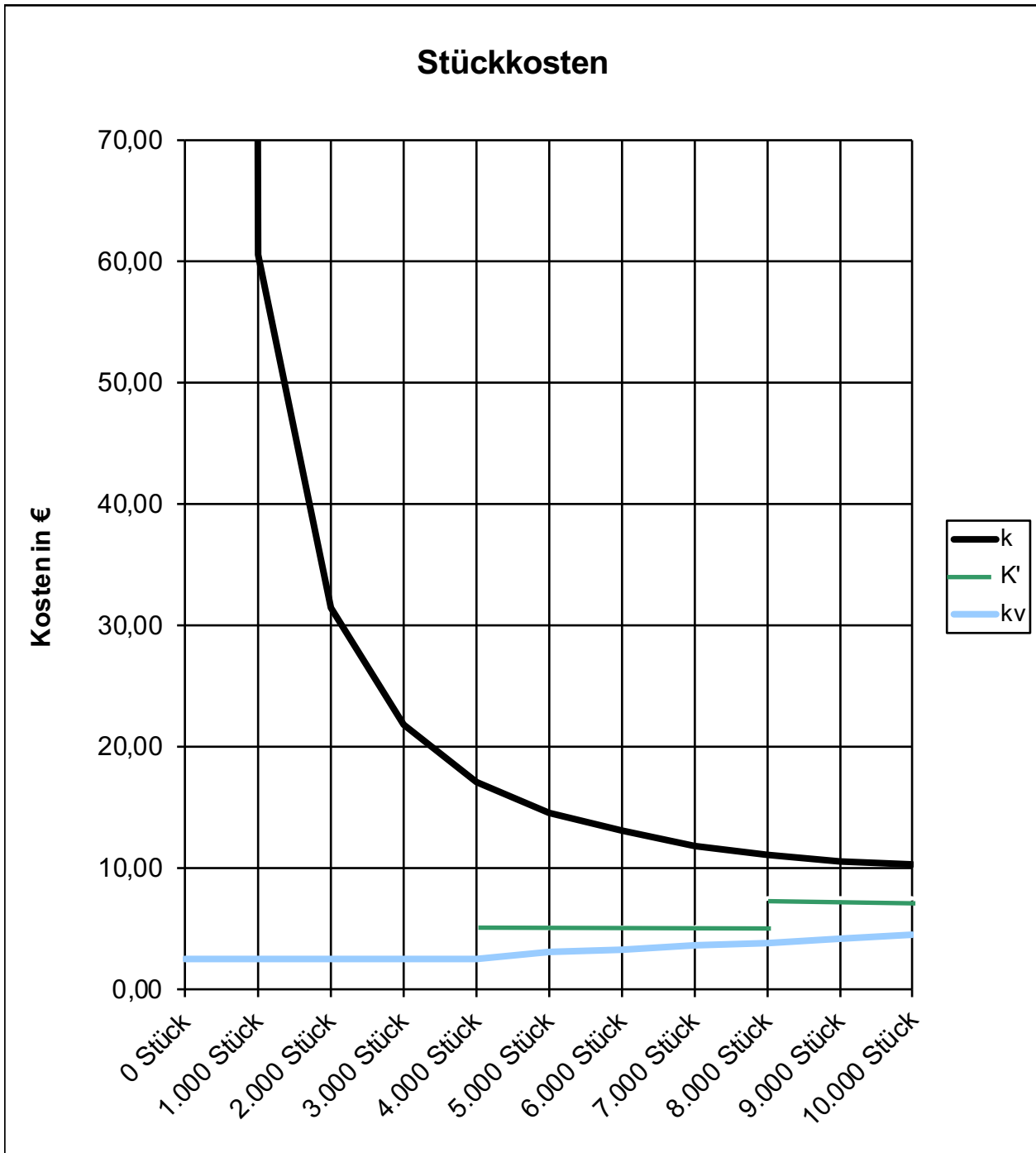
5. Gesamtkostendarstellung

kumulierte Werte							
BG	Menge	Kf A	Kf M1	Kf M2	Kf M3	Kf (L)	K
0	0,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00	58.000,00	58.000,00
10	1.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		60.500,00
20	2.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		63.000,00
30	3.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		65.500,00
40	4.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		68.000,00
50	5.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		73.000,00
60	6.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		78.000,00
70	7.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		83.000,00
80	8.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		88.000,00
90	9.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00		95.500,00
100	10.000,00	20.000,00	35.000,00	48.000,00	58.000,00	0,00	103.000,00



5. Stückkostendarstellung

BG	Menge	k	K'	kv
0	0 Stück	58.000,00	2,50	2,50
10	1.000 Stück	60,50	2,50	2,50
20	2.000 Stück	31,50	2,50	2,50
30	3.000 Stück	21,83	2,50	2,50
40	4.000 Stück	17,00	2,50	2,50
50	5.000 Stück	14,60	5,00	3,00
60	6.000 Stück	13,00	5,00	3,33
70	7.000 Stück	11,86	5,00	3,57
80	8.000 Stück	11,00	7,50	3,75
90	9.000 Stück	10,61	7,50	4,17
100	10.000 Stück	10,30	7,50	4,50



4.7 Qualitativ selektive Anpassung

Fall 1: Aufgrund der guten Auftragslage soll eine neue Anlage gekauft werden. In der vergangenen Periode wurden 4.800 Stück abgesetzt. Für die kommenden Perioden wird auf Dauer mit einer Auslastung von 6.000 Stück gerechnet. Die Produkte können zum Preis von 50,00 € abgesetzt werden. Neben den o. g. Anlagen steht für die Anschaffung eine Maschine mit der Kostenfunktion $K = 7x + 12.000$ und einer Kapazität von 2.500 Einheiten zur Auswahl.

a) Wählen Sie die günstigste Anlage aus.

Anlage	kv	Kf(1000)	Kapazität
M1	10,00	10.000,00	2.000,00
M2	20,00	8.000,00	1.500,00
M3	30,00	6.000,00	1.000,00
M4	40,00	4.000,00	500,00
M5	7,00	12.000,00	2.500,00

Wenn man davon ausgeht, dass alle 5 Maschinen eingesetzt werden, findet die Auswahl nach den k_{var} statt, da die K_{fix} in voller Höhe anfallen. Reihenfolge also: M5; M1; M2;...

b) Prüfen Sie, ob die Anschaffung wirtschaftlich sinnvoll ist.

Anlage	kv	Kf	m(alt)	K alt	m(neu)	K neu
M5	7,00	12.000,00			2.500 Stück	29.500,00
M1	10,00	10.000,00	2.000 Stück	30.000,00	2.000 Stück	30.000,00
M2	20,00	8.000,00	1.500 Stück	38.000,00	1.500 Stück	38.000,00
M3	30,00	6.000,00	1.000 Stück	36.000,00	0 Stück	6.000,00
M4	40,00	4.000,00	300 Stück	16.000,00	0 Stück	4.000,00
Kf(Abt)				10.000,00		10.000,00
			4.800 Stück	130.000,00	6.000 Stück	117.500,00
Erlöse				240.000,00		300.000,00
Gewinn				110.000,00		182.500,00

Fall 2: Aufgrund einer rückläufigen Auftragslage ist langfristig nur von einer Auslastung von 3.400 Stück auszugehen. Welche Anlage(n) werden abgebaut, wenn die intervallfixen Kosten voll abbaubar sind.

a. Welche Alternativen

benötigte Kapazität 3.400 Stück

Alternative 1: M1	2.000 Stück	Alternative 2: M1	2.000 Stück
M2	1.500 Stück	M3	1.000 Stück
Kapazität	3.500 Stück	M4	500 Stück
			3.500 Stück

b. Stilllegung

	kv	Kf	Kap	K	k
M1	10,00	10.000,00	2.000 Stück	30.000,00	15,00
M2	20,00	8.000,00	1.500 Stück	38.000,00	25,33
M3	30,00	6.000,00	1.000 Stück	36.000,00	36,00
M4	40,00	4.000,00	500 Stück	24.000,00	48,00

	Stilllegung von M2		Stilllegung von M3 und M4	
	x	K	x	K
M1	2.000 Stück	30.000,00	2.000 Stück	30.000,00
M2			1.400 Stück	36.000,00
M3	1.000 Stück	36.000,00		
M4	400 Stück	20.000,00		
Kosten		86.000,00		66.000,00

4.8 mutative Anpassung

a. Verfahrensauswahl

Altes Verfahren:	$K = 2 * 6.000 + 1,5 * 30.000 =$	57.000,00
Neues Verfahren:	$K = 16.000 + 1,3 * 30.000 =$	55.000,00

Oder: Lösungsansatz von Herrn Morhardt, FOSBOS Bad Wörishofen

Quantitativ könnten die 30.000 m dadurch erreicht werden, dass das bisherige Verfahren gedoppelt wird, mutativ durch Einsatz einer neuen, besseren Maschine unter der Annahme, dass die alte Maschine verkauft und damit die Fixkosten komplett abgebaut werden können

Die neue Kostenfunktion bei quantitativer Anpassung lautet dann:

$$K = 6.000 * 2 + 1,5 * x = 12.000 + 1,5 * x$$

$$K(30.000) = 57.000,00 \text{ EUR}$$

$$k(30.000) = 1,90 \text{ EUR/m}$$

Bei mutativer Anpassung lautet die Kostenfunktion:

$$K = 16.000 + 1,3 * x$$

$$K(30.000) = 55.000,00 \text{ EUR}$$

$$k(30.000) = 1,83 \text{ EUR/m}$$

b. Grenzmenge

$$mg = (K_{\text{fixB}} - K_{\text{fixA}}) / (k_{\text{varA}} - k_{\text{varB}}) = 20.000 \text{ Stück}$$

Oder: Lösungsansatz von Herrn Morhardt, FOSBOS Bad Wörishofen

Ab einer Produktion von 20.000 St rentiert sich die komplett neue Anlage.

Bei der Break-Even-Menge müssten wir unterscheiden, ob wir im Bereich bis 16.000 m liegen oder zwischen 16.001 m und 32.000 m

Im ersten Intervall gilt:

$$6.000 + 1,5 * x = 16.000 + 1,3 * x$$

$$x = 50.000 \text{ m (Liegt außerhalb der Kapazität!)}$$

Im Bereich zwischen 16.000 m und 32.000 m gilt im BEP:

$$12.000 + 1,5 * x = 16.000 + 1,3 * x$$

$$0,2 * x = 4.000$$

$$x = 20.000$$

Ab 20.001 m lohnt sich das neue Verfahren!

4.9 Zusatzaufgabe mit Mathe-Exkurs

1. Kostenfunktion

Intensität (y)	175	200	225	250
Gesamtverbrauch in kg	8,75	10,00	11,25	18,75
Verbrauch pro Platte in g	50	50	50	75

Da es sich bei dem Produktionsfaktor Silizium um einen konstanten Verbrauch und beim Produktionsfaktor Nickel um einen konstanten und zunehmenden Verbrauch (Ausschuss) handelt, ist die optimale Intensität vom Produktionsfaktor Energie abhängig.

$$r = 0,1y^2 - 45y + 5.137,50$$

$$r' = 0,2y - 45 = 0 \rightarrow y = 225$$

$$r'' = 0,2 > 0 \rightarrow \text{Min. !}$$

Produktionsfaktoren	Verbrauch pro Platte bei opt. I.	Verbrauch pro Platte (€) bei opt. I.
Silizium	100 g	0,80
Nickel	11250 g / 225 Stk. = 50 g	0,45
Energie	75 kWh / 225 Stk. = 0,33 kWh	0,10

→K(x)=1,35x+12.000,00

2. Gesamtkosten

Bei optimaler Intensität werden pro Stunde 225 Platten produziert, insgesamt monatlich 36.000 Platten. Demnach beträgt die Normalarbeitszeit 160 Stunden im Monat. An dieser Stundenzahl kann aufgrund rechtlicher Gründe nichts verändert werden.

D. h es bedarf einer höheren Intensitätsstufe: $\frac{40.000}{160} = 250 \text{ Stück pro Stunde}$

Produktionsfaktoren	Verbrauch pro Platte bei Int. 250	Verbrauch / Platte (€) bei Int. 250
Silizium	100 g	0,800
Nickel	18750 g / 250 Stk. = 75 g	0,675
Energie	137,5 kWh / 250 Stk. = 0,55 kWh	0,165

→K(40.000)=1,64 · 40.000+12.000,00=77.600,00

3. Perspektiven

Unternehmen:

Steigende Energiepreise führen zu steigenden Herstellkosten und einem geringeren Stückdeckungsbeitrag. Gewinneinbußen sind die Folge.

Staatsbürger:

Aus ökologischen Gesichtspunkten ist dies positiv zu bewerten. Ggf. führt es dazu, dass das Unternehmen seinen Energiebedarf überdenkt bzw. über alternative Energieformen nachdenkt.

Kunden:

Durch die erhöhten Energiepreise steigen die Verkaufspreise für die Leiterplatten, was sich somit negativ auf die Kunden auswirkt.

4. Kostenfunktion (mathematisch)

$$K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$K_{fix}(x) = d$$

$$K_{var}(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$k_{var}(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx}{x} = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Optimale Intensität: } K' = k_{var} \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = ax^2 + bx + c \Leftrightarrow 2ax^2 + bx = 0$$

$$\text{Optimale Intensität: Minimum } k_{var} \Leftrightarrow 2ax + b = 0$$

Eine Kostenfunktion dritten Grades besitzt vier Parameter, damit sind auch vier Gleichungen nötig, um das lineare Gleichungssystem zu lösen.

$$I \quad K(0) = 10.000 \Leftrightarrow d = 10.000 \text{ (Fixkosten)}$$

$$II \quad K(20) = 30.000 \Leftrightarrow 8.000a + 400b + 20c + d = 30.000 \text{ (Gesamtkosten bei 20 Stück)}$$

$$III \quad k_{var}'(10) = 0 \Leftrightarrow 20a + b = 0 \text{ (optimale Intensität)}$$

$$IV \quad K'(10) = 150 \Leftrightarrow 300a + 20b + c = 150 \text{ (Grenzkosten)}$$

Daraus entsteht folgendes lineares Gleichungssystem:

$$II \quad 8.000a + 400b + 20c + 10.000 = 30.000 \Leftrightarrow 8.000a + 400b + 20c = 20.000$$

$$III \quad b = -20a$$

$$IV \quad 300a + 20b + c = 150$$

$$III \quad b = -20a$$

$$II - 20 \cdot IV \quad 2.000a = 17.000 \Leftrightarrow a = 8,5$$

$$a \text{ in III} \quad b = -170$$

$$a, b \text{ in IV} \quad c = 1.000$$

$$K(x) = 8,5x^3 - 170x^2 + 1.000x + 10.000 \text{ für } x \in [0; 20]$$